## APPE 88/2

Eliane LETERRIER\* Françoise PIROT\* Thierry SAINT-GERAND\*\*

RESUME Les problèmes soulevés par la représentation des phénomènes continus sont analysés à travers l'exemple de la densité de population de l'Ile-de-France. Selon les méthodes cartographiques, la perception de la compartimentation spatiale du phénomène traduite par une variation d'intensité est privilégiée (carte choroplèthe). Ce peut être aussi la gradation schématique dans l'espace des états du phénomène (carte en isolignes), ou la morphologie des surfaces définies par les isarithmies spatiales (bloc-diagramme).

- DISCRETISATION
- · ISARITHMIE
- MODELE NUMERIQUE
- PHENOMENES CONTINUS
- THEORIE DES GRAPHES

# La représentation cartographique des phénomènes continus dans l'espace géographique

ABSTRACT The problems raised by the representation of continuous phenomena are analysed through the example of population density of Ile-de-France. According to the cartographic methods, the perception of spatial partition of the phenomenon rendered by a variation of intensity has priority (choropleth map). It may also be the oversimplified gradation into space of the states of phenomenon (contour map), or the morphology of areas defined by spatial isarithmies (block-diagram).

- CONTINUOUS PHENOMENA
- DIGITAL PROCESSING MODEL
- DISCRETISATION
- ISARITHMY
- THEORY OF GRAPHS

Los problemas plantea-RESUMEN dos por la representación de los fenómenos continuos se analizan a través del ejemplo de la densidad de población de Ile-de-France. Según los métodos cartográficos tiene prioridad la percepción de la partición espacial del fenómeno que se traduce por una variación de intensidad (mapa coropleta). También puede tenerla la gradación esquemática en el espacio de los estados del fenómeno (mapa en isolíneas), o la morfología de las áreas determinadas por las isaritmias espaciales (bloque-diagrama).

- FENOMENOS CONTINUOS
- DISCRETIZACION
- ISARITMIA
- MODELO NUMERICO
- TEORIA DE LOS GRAFOS

Quel que soit leur type d'existence dans l'espace (ponctuel, linéaire ou aréal), les phénomènes géographiques quantifiables peuvent pour la plupart être assimilés, soit directement soit après transformation adéquate, à des *phénomènes continus*.

Cet article se propose d'amorcer, à travers une réflexion méthodologique illustrée par un exemple concret, une évaluation des avantages et des inconvénients des conceptions cartographiques pouvant être appliquées à leur représentation. On s'interrogera sur l'efficacité des traitements et des visualisations principalement employés aujourd'hui, en insistant sur leur plus ou moins grande aptitude à rendre perceptible de façon fidèle et intelligible les caractéristiques de l'existence spatiale des phénomènes continus (intensité, disparité, propagation, etc.).

A la base, le problème envisagé ici sous l'angle cartographique n'est autre qu'un problème général que tente depuis toujours de résoudre la géographie: comment appréhender, traiter et représenter la continuité des phénomènes existant à la surface de la Terre, afin de mieux les comprendre. Ne pouvant saisir directement l'infinie continuité du monde, la perception géographique isole des phénomènes qu'elle résume et dissèque au moyen des trois questions classiques: «Quoi?» (recouvrant «comment?» et «combien?»), «Où?» et «Quand?» (souvent implicite) (E. Leterrier, F. Pirot, Th. Saint-Gérand, 1988). Cette perception décrit chaque phénomène par des informations géographiques construites selon un processus de fragmentation qui, si fin et si nuancé soit-il, transforme par principe son caractère continu en caractère discontinu. Ainsi ce passage inévitable du phénomène spatial continu par sa discrétisation en n éléments d'information géographique revient, en fait, à assimiler la continuité de sa variation dans l'espace à la contiguïté dans l'espace de ses n états ou occurrences, et à la traiter par ce biais. Deux options s'offrent alors au cartographe, qui expriment chacune de façon différente le phénomène géographique.

La première consiste à représenter l'existence du phénomène sous l'angle de sa compartimentation spatiale dans un espace plan à deux dimensions. La seconde repose sur la constitution d'un maillage serré sur l'ensemble de la surface considérée permettant une visualisation en trois dimensions.

Par ailleurs, le choix d'un type de carte plutôt qu'un autre est directement subordonné au niveau de mesure des données relatant le phénomène à représenter. La cartographie reconnaît quatre niveaux de mesure:

- l'échelle nominale, ou classificatoire, ne permet que des différenciations entre objets dont la seule propriété formelle est l'équivalence;
- l'échelle ordinale identifie non seulement des objets mais exprime aussi leur *relation d'ordre* (plus grand que ou plus petit que);
- l'échelle d'intervalles, où le rapport entre deux points quelconques dépend de l'unité de mesure;
- l'échelle de rapports, où le rapport entre deux points quelconques est indépendant de l'unité de mesure (opérations statistiques).

Ces deux dernières échelles, les plus élevées des niveaux de mesure, ont trois propriétés formelles en commun: l'équivalence, l'ordre, la connaissance du rapport de deux intervalles quelconques. La plupart des informations géographiques, telles que celles qui traduisent la variation quantitative d'un phénomène continu dans l'espace, relèvent de l'échelle de rapports, seul niveau de mesure

<sup>\*</sup> IMAGEO-C.N.R.S

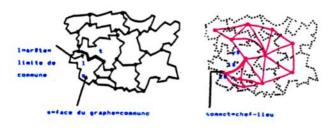
<sup>\*\*</sup> Université de Paris I.



dans lequel on connaît le rapport de deux valeurs quelconques de l'échelle. Les données traitées ici s'inscrivent à ce dernier niveau.

La densité de population, variable de géographie humaine sur laquelle va être testé l'apport des différentes méthodes cartographiques, a été choisie dans deux buts:

- comparer les conceptions et visualisations en deux et trois dimensions dans la représentation de phénomènes continus non physiques;
- rechercher l'existence éventuelle de cas ou de familles de phénomènes continus ayant un comportement spatial particulier (notamment des «contrastes géostatistiques»), susceptible d'exiger un mode de représentation spécifique. Le travail présenté ici s'appuie sur certains principes de la théorie des graphes, applicables à la géographie. La carte des communes utilisée comme fond est considérée comme un graphe planaire topologique sans isthmes (Berge, 1973), surface sur laquelle s'inscrit l'existence (concentration, propagation) de la densité de population. Le semis de points (irrégulier) défini par la localisation des chefs-lieux de commune détermine le graphe dual du graphe des communes (E. Leterrier, F. Pirot, Th. Saint-Gérand, 1988).



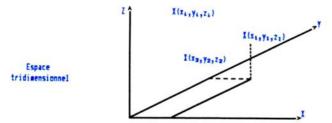
Graphe des consunes

Graphe dual des communes

Soit un graphe planaire G, connexe et sans sommet isolé (graphe des communes, on lui fait correspondre un graphe planaire G\* de la façon suivante: à l'intérieur de toute face s de G (commune) on place un sommet x\* de G\* (chef-lieu), à toute arête l (limite de commune) on fait correspondre une arête l\* de G\* qui reliera les sommets x\* et y\* correspondant aux faces s et t (communes) qui se trouvent de part et d'autre de l'arête l. Le graphe G\* ainsi défini est planaire, connexe et n'a pas de sommet isolé: on l'appelle le graphe dual de G.

### Méthodologie d'une représentation cartographique en trois dimensions

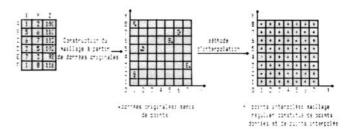
La cartographie d'un phénomène continu dans l'espace consiste à représenter la contiguïté des états de la variable Z dans l'espace géographique connu en X (longitude) et en Y (latitude). L'ensemble constitue un espace tridimensionnel X, Y, Z qu'il faut visualiser sur le plan bidimensionnel d'un support papier (document final).



La représentation d'un phénomène en trois dimensions sur un espace à deux dimensions doit répondre simultanément à plusieurs impératifs: il lui faut être le plus possible suggestive, précise (afin de permettre des mesures) et économique. Ce faisant, elle visualise de façon pertinente et intelligible la distribution du lieu des points d'égale valeur pour le phénomène étudié. En d'autres termes, elle réalise «la topographie de toutes les surfaces définies par des isarithmes» (Haggett, 1973).

Pour la visualisation cartographique, la troisième dimension peut être présentée différemment selon qu'elle est destinée à être traduite graphiquement dans un espace à deux dimensions ou à trois dimensions. Dans le cas d'un espace à deux dimensions, on projette la variable Z (phénomène de surface) sur le plan X, Y; on obtient alors des isolignes dont on peut ne conserver que le tracé au trait, ou souligner la progression des valeurs à l'aide de couleurs intercalaires, ou encore combiner les deux procédés. Dans le cas d'un espace à trois dimensions, la variation du phénomène continu est visualisée selon la troisième composante de l'espace: on obtient un volume. Il s'agit d'un bloc-diagramme ou modèle numérique.

Quelle que soit leur origine (document déjà existant, terrain ...) les données initiales constituent un semis de points régulier ou irrégulier. Dans le cas de données topographiques, il n'est pas nécessaire de «filer» les courbes. La seule contrainte méthodologique est de relever plus de points en terrain plat qu'en terrain accidenté et de matérialiser, quand cela est possible, les crêtes, les fonds de vallon et les lignes de plus grande pente. Dans le cas de données non topographiques, il convient de densifier davantage les relevés dans les zones à forte variation du phénomène que dans les zones à faible variation. Ce semis de points est à la base de la matrice régulière, encore appelée modèle numérique, qu'il s'agit maintenant de construire. Les points manquants sont calculés par une technique d'interpolation (polynomiale ou statistique) à partir de ces points connus. La matrice régulière réunit donc les points connus et ceux reconstitués par calcul en x, y, z. Elle est composée de mailles (unités élémentaires) dont la taille correspond à la résolution du document initial. Elle est définie en fonction de l'échelle de numérisation (cas d'un document existant), en fonction des critères retenus au moment des sondages (cas de données de terrain), ou en fonction de la discrétisation de l'espace géographique. C'est à partir de cette matrice régulière que l'on créera les isolignes et les blocs-diagrammes.



Rappelons ici qu'en mathématique une isoligne est le lieu des points ayant tous la même valeur (z). C'est une fonction f de l'espace telle que l'on a: z = f(x,y). Ainsi est définie une surface théorique qui ajuste «au mieux» la surface déterminée par les données de départ.

L'intérêt des techniques d'interpolation est qu'elles conservent dans la matrice-résultat les valeurs des points connus au départ.



Voici quelques principes de base utilisés lors de la mise en oeuvre des techniques d'interpolation polynomiale.

- Principe du plus proche voisinage: le calcul de chaque nouveau point se fait à partir de n points connus environnants.
- Détermination d'une triangulation analogue à la triangulation géodésique: à l'intérieur de chaque triangle les points estimés sont le résultat d'un double calcul de dérivées en x, y, z d'un polynôme de degré 5, dérivées partielles secondes (calcul de la pente), puis dérivées partielles premières (altitude = valeurs estimées).
- Principe des surfaces mobiles: la matrice est découpée en surfaces élementaires. L'interpolation des points est faite à l'intérieur de chaque surface élémentaire à partir d'un polynôme de degré n.

Plus le degré du polynôme est élevé, plus les points estimés sont proches de la «réalité». L'interpolation des points de la matrice régulière doit tenir compte des ruptures éventuelles dans la distribution de la variable Z dans l'espace (failles, limites territoriales). Faute de quoi, il ne serait pas possible de visualiser, par exemple, la discontinuité des isolignes de part et d'autre de la ligne de rupture.

Une fois la matrice constituée, on doit procéder à des manipulations d'images. L'écrêtage du modèle numérique est réalisé par lissage et l'on ne conserve que la zone significative étudiée, en éliminant, à l'aide de masques, la marge périphérique dont les valeurs sont faussées par les «effets de bordure».

#### Présentation des données

Rappelons ici que le but de ce travail n'est pas une étude de la population de l'Ile-de-France, en elle-même, mais l'exposé d'une approche cartographique d'un phénomène de géographie humaine. La densité de population au km² par commune est extraite du Recensement Général de la Population de 1982 de la région Ile-de-France (cf. le fascicule n°11 de l'INSEE: Population légale et statistiques communales complémentaires Ile-de-France).

La variable à cartographier présente les caractéristiques suivantes:

- C'est une variable Z (troisième dimension) rapportée à une unité de base (la commune, représentant les deux dimensions de l'espace), dont la superficie varie considérablement: entre  $0.09 \, \mathrm{km^2}$  à Vaudherland (Val-d'Oise) et  $172.05 \, \mathrm{km^2}$  à Fontainebleau (Seine-et-Marne) (s = 9.377,  $\sigma_S = 8.19$ ).
- La variable Z varie de façon importante puisque son minimum est de 2 hab./km² à Gambaiseuil (Yvelines) et son maximum de 22 445 hab./km² à Vincennes (Val-de-Marne) (z = 1 142 198,  $\sigma_z$  = 270 036). Cette variation peut s'observer sur une distance infime telle que celle séparant les chefs-lieux de commune de Fontainebleau (172,05 km² et 91 hab./km²) et d'Avon (3,83 km² et 3 858 hab./km²).
- La discrétisation de la variable Z a été faite en fonction de l'allure de l'histogramme des fréquences (détermination des intervalles).

Le fond communal utilisé pour la réalisation de la carte choroplète est un extrait du fond communal numérisé au 1/500 000 par l'IGN. Le semis de points irrégulier servant de base à la création de la carte en isolignes et des blocs-diagrammes, est constitué par les 1 281 chefs-lieux de communes de l'Ile-de-France. La méthode retenue pour l'interpolation des points est celle basée sur la triangulation. La taille de la maille élémentaire a été définie en fonction de la superficie de la plus petite commune: 1mm x 1mm. La matrice-résultat est constituée de 54 800 mailles (200 x 274).

Nos programmes, qui ont permis les réalisations cartographiques (carte choroplèthe, carte en isolignes et blocs-diagrammes) sont écrits en FORTRAN 77 et font appel aux primitives du logiciel UNIRAS implanté au Centre de calcul du C.N.R.S à Orsay (CIRCE), de même que les deux fichiers séquentiels contenant le fond communal numérisé et les chefslieux des communes.

#### Critique des résultats et conclusion

Le traitement mathématique d'un phénomène continu dans l'espace implique l'hypothèse que sa continuité relève de la famille des fonctions: Z = (x,y). Pour respecter cette hypothèse, il s'est avéré indispensable de ne pas retenir comme valeurs Z les effectifs bruts recensés en chacun des points du semis irrégulier constitué par les chefs-lieux, mais de les transformer en densité au kilomètre carré, calculées pour chaque commune. Ce procédé introduit un certain biais dans la représentation du phénomène, car les densités sont rapportées à une unité de surface variable, la commune, correspondant à une distribution de l'espace préétablie (découpage administratif) et non élaborée spécifiquement en vue d'une visualisation en trois dimensions.

Représentation cartographique en deux dimensions: démarche typologique

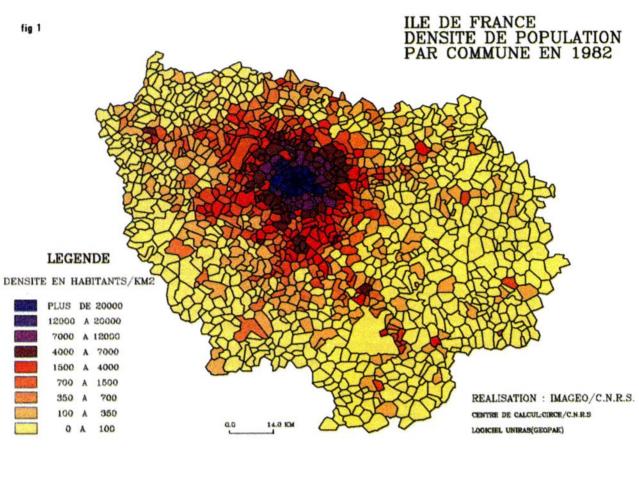
Elle repose sur une discrétisation relativement grossière de l'espace géographique en portions de surface (appelées «unités») et des données thématiques en classes de valeurs. La discrétisation de l'espace est matérialisée par le graphe des communes. Chaque commune ou face du graphe est caractérisée par une donnée thématique: la variable densité (Z) traduite par une gamme de couleurs ou un dégradé de valeurs dans une même couleur.

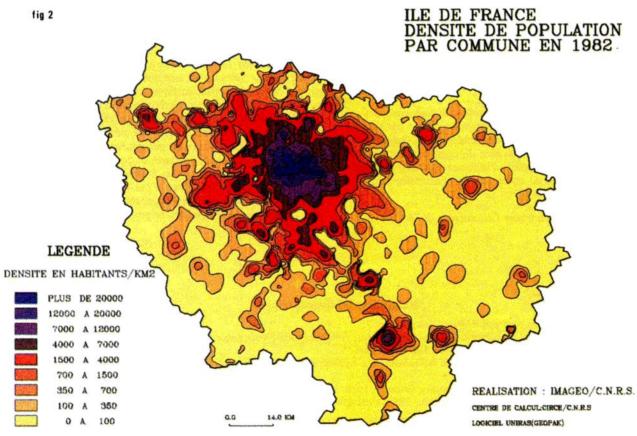
Cette démarche aboutit à la production de la carte choroplèthe (fig. 1) en deux dimensions. Elle privilégie la représentation de l'existence du phénomène densité sous l'angle de sa compartimentation spatiale. Elle résume sa variation d'intensité dans l'espace en en estompant les transitions et schématise ainsi la structure de sa répartition. D'inspiration typologique, sa compréhension réclame l'étape intermédiaire que constitue l'assimilation du langage de ses couleurs.

Représentation cartographique dans un espace à trois dimensions: la matrice de l'espace

La discrétisation s'opère de façon plus fine en établissant, à partir du semis de points-échantillons dont les valeurs géographiques et thématiques (X, Y, Z) sont connues au départ et conservées en tant que telles, un maillage serré sur l'ensemble de la surface étudiée. Cette trame, du point de vue mathématique, peut être considérée comme la matrice de l'espace. La discrétisation de l'espace est matérialisée par les chefs-lieux de communes. Cette perception permet, si l'on pose comme hypothèse que le phénomène est continu dans l'espace géographique, de calculer par interpolation les données faisant défaut entre les mailles dont les valeurs sont connues (les 1281 valeurs des chefs-lieux de l'Ile-









de-France). La représentation cartographique de la matrice ainsi conçue recrée une continuité visuelle capable de traduire l'existence spatiale du phénomène continu dans son caractère de transition progressive et omnidirectionnelle.

Cette démarche aboutit à la production d'une carte en isolignes et de blocs-diagrammes qui expriment, chacun à leur manière, la morphologie de propagation des phénomènes continus.

#### La carte en isolignes

Cette conception cartographique repose également sur le regroupement des valeurs Z en classes, mais il s'agit cette fois de valeurs interpolées figurant dans la matrice calculée, et non plus des valeurs brutes. La carte en isolignes (fig. 2) cherche à exprimer, de façon schématique, la gradation dans l'espace des états du phénomène continu.

Contrairement à la carte choroplèthe, elle ne traduit pas le phénomène continu par le biais du découpage de l'espace en unités plus ou moins proches et plus ou moins contrastées, mais renforce la perception des nuances principales de sa répartition à travers la forme et l'étendue de ses isarithmes. L'expérience montre que, sur un même jeu de données, la forme des isolignes peut varier sensiblement selon le type d'interpolation retenu. Pour cette raison, il est prudent, avant d'interpréter une carte en isolignes, de vérifier la validité des contours isarithmiques par des points de contrôle choisis dans le semis de points connus initialement. Comme pour la carte choroplèthe enfin, la compréhension du phénomène passe par l'assimilation de la légende des couleurs.

#### Le bloc-diagramme

Seul type de visualisation en 3 dimensions où l'intensité de la valeur Z est représentée en élévation, le bloc-diagramme (fig. 3 et 4) renferme un apport significatif fortement influencé par l'application d'un point de vue, créant un effet de perspective. Cette particularité entraîne simultanément des avantages et des inconvénients.

Au titre des avantages, on retiendra surtout la traduction des intensités de Z en volume (éventuellement soulignée par une gamme de couleurs), bien plus immédiatement compréhensible qu'une mise à plat colorée; et l'absence de compartimentation visuelle surajoutée telle que contours d'isolignes, limites d'unités, ce qui renforce l'impression de continuum du phénomène cartographié.

Parmi les inconvénients, on notera l'inconstance de l'échelle de

représentation, liée à l'effet de perspective qui fait qu'un objet figurant au premier plan est représenté à une échelle plus grande qu'un objet figurant à l'arrière-plan (difficultés de cartométrie); et l'existence de parties cachées, due à ce même effet de perspective. De toute évidence, elle crée une perte d'information concernant les secteurs non visibles. Toutefois, à condition de faire varier les points de vue lors de visualisations successives de la matrice, on peut arriver à visualiser le même phénomène dans le même espace, sous des angles mettant en lumière des aspects différents de son existence. Les blocs-diagrammes sont ainsi particulièrement aptes à traduire «l'espace perçu», par exemple, dans le cas traité ici, les différences de perception de l'Ile-de-France que peuvent avoir un habitant de Seine-Saint-Denis et un habitant des Yvelines.

Au total, le bloc-diagramme, utilisé de façon pertinente, paraît être à la fois la représentation la plus suggestive et tirant le meilleur parti de la matrice d'interpolation. Il préserve la perception des ressemblances sans gommer les contrastes: il réalise la cartographie la plus complète de la morphologie des surfaces définies par les isarithmies spatiales.

La représentation de phénomènes continus dans l'espace géographique, présentant des contrastes géostatistiques notables, passe par une méthode cartographique permettant de mettre en relief la structure spatiale du phénomène étudié, comme le montre l'exemple traité ci-dessus: qu'il s'agisse de la carte en isolignes ou des blocs-diagrammes, les représentations en trois dimensions issues du calcul mathématique de la matrice finale font apparaître une répartition auréolaire du phénomène démographique, correspondant, sans conteste, à l'image de «couronnes» qui s'impose dès que l'on aborde une étude de la région Ile-de-France.

La cartographie assistée par ordinateur bénéficie de la double existence visuelle et virtuelle des cartes. Leur existence visuelle, en tant qu'images, permet de les interpréter par une analyse sensitive reposant sur les caractéristiques de la perception optique. Leur existence virtuelle, en tant que matrices, permet de contrôler, par des moyens mathématiques ou statistiques, la véracité et la pertinence de certaines caractéristiques de la structure spatiale des phénomènes. Dans certains cas, elle permet même de faire apparaître cette dernière. De toutes les méthodes cartographiques applicables à la visualisation de phénomènes spatiaux continus, la représentation en trois dimensions, de par son processus d'élaboration, paraît être la conception la plus apte à tirer le meilleur parti de cette double existence. Pour cette raison, elle s'inscrit dans l'optique qui se développe, tendant à considérer la cartographie comme un mode de recherche propre.

#### Références bibliographiques

BERGE C., 1973, Graphes et hypergraphes, Paris, Dunod.

BOUILLE F., 1977a, Un modèle universel de banque de données, simultanément partageable, portable et répartie, Thèse de doctorat es sciences mathématiques, Institut de programmation, Université Paris VI.

BOUILLE F., 1977b, «A new generation of data bases using the hypergraph based data structure», Workshop on simula and data bases, Université Paris VI.

HAGGETT P., 1973, L'analyse spatiale en géographie humaine, Paris, A. Colin.

LETERRIER E., PIROT F. et SAINT-GERAND Th., 1988, Cartographie assistée par ordinateur. Initiation pour les géographes, Paris, IMAGEO.

PIROT F., 1984, Représentation de la troisième dimension à l'aide du logiciel UNIRAS-GEOPAK, Paris, C.E.R.C.G..

